

MatFacil: Jugar con funciones

MIGUEL DELGADO PINEDA y ADORACIÓN MEDINA ALBÓS

Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)

adoracionme@yahoo.es



Resumen. Se presenta un proyecto de innovación docente para facilitar a los estudiantes de niveles no universitarios la adquisición del concepto de función real de variable real. En este proyecto las concepciones básicas de función, variable y dominio, se adquieren al priorizar una pareja de registros: el registro de representación simbólica y el registro de representación gráfica, sin enfatizar en el resto de registros de representación enumerados por Duval y otros investigadores. Para ello, se presenta un juego que puede ser descrito como “mira que hago y dime qué ves”, donde las actuaciones personales son esenciales, puesto que las funciones son presentadas mediante una comunicación gestual e icónica que requiere el acercamiento visual antes de un acercamiento sintáctico y semántico de alguno de los posibles registros de representación simbólico de una función. Las reglas del juego imponen que el cuerpo del estudiante, o el del profesor, sustituya al pizarrón para ejercitar los gestos, de forma que, en su aprendizaje, ese estudiante es una de las piezas del juego, bien en forma individual o en forma colectiva. El ordenador en segunda instancia facilita adecuar los iconos paradigma a cada una de las funciones tratadas. Este juego permite generar en el estudiante un pensamiento funcional más allá del pensamiento numérico avanzado.

Palabras clave: concepto de función, innovación matemática educativa, comunicación no verbal, formación del profesorado.

Abstract. In this paper, we present a project of didactic innovation to make easier the acquisition of the concept of real function of real variable to the students of non-university levels. In this project the basic conceptions of function, variable and domain, are acquired by prioritizing a pair of registers: the register of symbolic representation and the graphical representation register, without emphasizing in the rest of representation registers enumerated by Duval and other researchers. For that we presented a game, that can be described as "look what I do and tell me what you see", in which personal performances are essential, since the functions are presented through a gestural and iconic communication that requires the visual approach before a syntactic and semantic approach of some of the possible registers of symbolic representation of a function. The rules of the game require that the student's body, or that of the teacher, replace the blackboard to exercise the gestures, so that in his learning, that student is one of the pieces of the game, either individually or collectively. In second instance, the computer makes easy to adapt the paradigm icons to each of the functions treated. This game allows the student to generate functional thinking beyond advanced numerical thinking.

Keywords: function concept, educational mathematics innovation, nonverbal communication, teacher training.

INTRODUCCIÓN

El constructivismo (Piaget, Ausabel y Vygotsky) reivindica la importancia de la participación activa del estudiante en su proceso de aprendizaje, otras teorías pedagógicas y psicológicas asumen este principio de participación. Sin duda, abogan por cambiar el rol que desempeña el profesor, desplazándole del eje vertebrador del proceso de enseñanza-aprendizaje donde la clase magistral, es el recurso principal, y el estudiante es un mero sujeto pasivo. Se aboga por un profesor guía, orientador o tutor, que se transforma en un creador de ambientes y en un desarrollador de materiales hasta adquirir un carácter de investigador e innovador en su materia. Sin olvidar las facetas activas que debe presentar de pedagogo y, si es necesario, de psicólogo, entre otras. Sin embargo, esas nuevas funciones que se esperan del profesor actual dependen esencialmente de la capacidad de comunicación de éste.

Esto se obvia conscientemente en los artículos, puesto que la faceta comunicativa suele depender de la materia que debe tratar y no es fácilmente generalizable.

La importancia del concepto de función en la formación matemática en la etapa básica, la formula la National Council of Teacher of Mathematics (NCTM 1989), cuando señala que el concepto de función es un “concepto unificador en matemáticas” y que “el lenguaje del cambio y la causalidad es expresado por el simbolismo de las funciones” (NCTM, 2012, p. 51).

El concepto de función es de los primeros temas a tratar en los libros de texto de Análisis Matemático o Cálculo y es uno de los conceptos más analizados en la investigación educativa matemática (Kleiner, 1989; Luzín, 1998; Mesa y Villa, 2007; Mesa, 2004; entre otros). Aún más, en muchos programas educativos se incluye este concepto desde el nivel secundaria (NCTM, 2012).

La concepción de función reflejada en los libros de texto genera una dificultad didáctica al estudiante (Mesa y Villa 2007; Mesa 2004) por presentar un carácter generalista. Esta dificultad puede ser evitada, al menos, para una gran parte de funciones, que es lo que llevamos a cabo desde nuestro proyecto. Ahora bien, voltear los patrones habituales establecidos en los libros de texto tiene su dificultad. Además, debemos pensar de un modo creativo para permitirnos diseñar otros modelos educativos del concepto, que catalogamos como un modelo de innovación.

Pero si no se puede modificar un concepto, el de función, al menos se puede focalizar el proceso educativo de función en el estudiante. En nuestro caso, el cambio se genera haciendo uso de técnicas comunicativas corporales de modo que el estudiante adquiera de forma participativa los elementos básicos icónicos, en cuanto a la forma y modelo. En sí, ponemos el foco de proceso en el aprendizaje del estudiante, sin darle excesiva importancia al método de enseñanza empleado. Esto permite consensuar, desde el juego de formas, una comunicación multilateral, de todos a todos. No permitimos que *la inercia de la costumbre y las asentadas culturas docentes (matemáticas) nos atenacen con repetir esquemas, supuestamente, gastados y sospechosamente inoperantes.*

No podemos permitir que el estudiante huya del concepto de función sin reconocer la dificultad de su aprendizaje. Baste decir, que la dificultad de tratar de definir este concepto con precisión ha traído como consecuencia grandes controversias en la historia de la matemática entre matemáticos en diversas épocas. Además, esta dificultad fue un impedimento serio en el desarrollo del cálculo matemático. Esto hace entender que la concepción de función más común, para los profesores actuales, es consecuencia del desarrollo histórico del concepto y del posicionamiento filosófico concerniente a los fundamentos de la matemática (Mesa, 2004) que los matemáticos impulsaron desde 1900.

Se debe entender que el profesor que enseña el concepto de función, está obligado a clarificar el registro de representación semiótica sobre el que se presenta el concepto (Mesa y Villa, 2007; Vargas et. al., 2016); es decir, los signos empleados, la sintaxis o gramática que combina esos signos y la semántica relativa a dicha sintaxis. Pero hay que recordar que el estudiante puede no estar familiarizado con ese registro. Ahora bien, el estudiante del Máster de Formación de Profesorado de Enseñanza Secundaria (Matemáticas) se encontrará, en su momento, repitiendo el mismo patrón de su profesor, y así sucesivamente. El problema se perpetúa.

METODOLOGÍA

Conviene recordar que hasta hace pocas décadas, ser profesor de Matemáticas de Enseñanza Secundaria requería tener una licenciatura afín y una experiencia educativa contrastada o un título de aptitud pedagógica. Actualmente se requiere un Grado del EEES y el título de Máster en Formación del Profesorado de Educación Secundaria. Además, se fomenta una continua formación profesional mediante la formación continua y la formación abierta. Hoy, el profesor interpreta una perspectiva innovadora e investigadora, por ello, en su día ofertamos nuestro modelo innovador de introducir las funciones a los estudiantes del Máster de Formación del Profesorado.

1. Antecedentes

Este proyecto se inició larvariamente hace más de 10 años haciendo uso de una forma de comunicación gestual. Desde hace seis años (2011) esa comunicación gestual se complementó con varios Laboratorios de Simulación Matemática (aplicaciones GeoGebra) como complemento para generar de forma simple los iconos básicos que el estudiante adquirirá.

La primera experimentación se realizó con los estudiantes no universitarios de UNED, concretamente en el Curso de Acceso para mayores de 25 años del Centro Asociado de Guadalajara.

La experiencia fue evolucionando y se mantiene con ese tipo de estudiantes hasta la fecha. Además, se extendió a estudiantes del Grado de Física, estudiantes del Master de Enseñanza Secundaria de España y de Ecuador (Innovación Docente e Investigación Educativa; especialidad de Matemáticas; España, y Ecuador; UNED).

Desde hace dos cursos se desarrolla con estudiantes de Enseñanza Secundaria dentro del marco de divulgación que realizamos con ColArte bajo el título MatFacil.



Figura 1: Presentación de MatFacil a estudiante de EESS.

2. Experimento

Se crea un Espacio de Trabajo Matemático (Kuzniak, 2006), es decir, un entorno de trabajo, organizado y controlado por el profesor para permitir adquirir a sus estudiantes (en algunos casos, futuros profesores) las competencias necesarias para trabajar con las representaciones del concepto función (para profesores, innovar e investigar en Educación Matemática).

- *Componentes del plano gesticular:*
 - Las funciones polinómicas son presentadas empleando brazos y cuerpo como elementos de representación.



Figura 2: Gestos para funciones constantes y funciones cuadráticas.

- Las funciones de grado 0 se representan extendiendo en horizontal los brazos, las de grado 1 extendiendo de forma inclinada esos brazos, el grado 2 mostrando la curvatura adecuada con ambos brazo y las de grado 3 de forma análoga pero cambiando una de las ramas o brazo.



Figura 3: Gestos para representar la función raíz cuadrada.

- Las funciones raíz cuadrada y raíz cúbica son obtenida por abatimiento de una parábola o parábola cúbica sobre la diagonal (imaginaria).
- Del resto de funciones polinómicas se hace un adecuado listado con los mismos medios pero cambiando lo que hay que ver.
- *Componentes del plano icónico:*
 - La representación gráfica generada con alguno de los laboratorios de simulación del experimento. Los iconos se generan al ajustar los gestos a las representaciones gráficas visibles mediante un cañón de proyección o una pizarra digital.

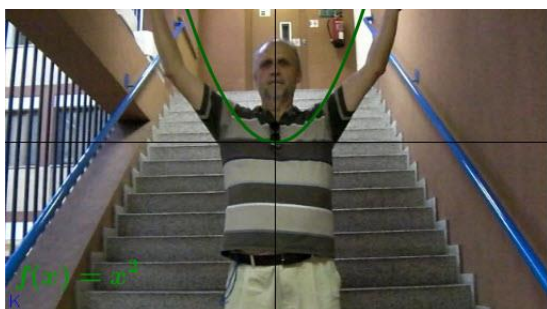


Figura 4: Icono de una función cuadrática.

- Los iconos referentes a familia de funciones. Cada función de una familia tiene la forma del icono canónico y se obtiene por traslación de los puntos básicos del icono.

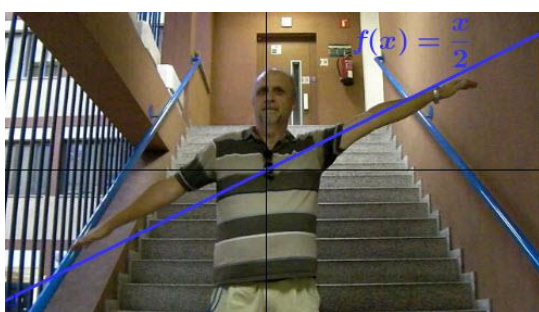


Figura 5: Iconos de la familia de funciones lineales.

- La secuencia de iconos distintos que tiene características similares y la condición diferenciadora de los puntos básicos de un icono.

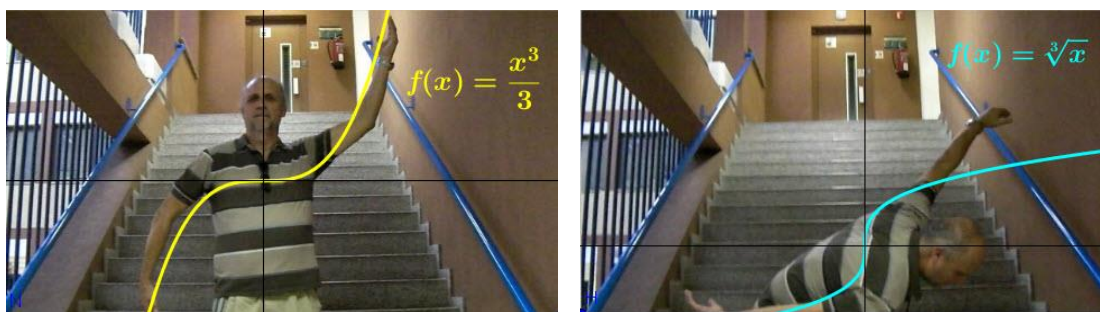


Figura 6: Relación entre iconos de una función y su inversa mediante abatimiento (gesto).

La metodología empleada es totalmente práctica y participativa, generando en el estudiante el sentido común práctico que participa de la imitación de los gestos del profesor que presenta cada una de las familias de funciones. Las representaciones que hace el ordenador sólo son necesarias para mostrar de una forma rápida la variedad de formas en que se puede presentar cada familia.

Tanto el profesor como el estudiante trabajan los gestos de forma directa y de forma inversa, es decir, desde el registro de representación simbólico se generan unos gestos que se refutan posteriormente con el laboratorio de simulación, y dado una situación gestual, se postulan posibles representaciones simbólicas. En este proceso se comprueba la forma de la representación gráfica y se postula que los gestos y las expresiones explícitas no están relacionados de forma unívoca, que son necesarios algunos datos más de la función gesticulada que se incorporan de palabra.

Con esta clase de representación se genera un “diálogo de locos” que permite pactar aciertos y engaños y crear un juego que fácilmente se apodera de la adquisición de formas para entrar en el juego.

RESULTADOS PRINCIPALES

Tras la fase de juego y del reconocimiento de formas, no sólo se dispone de una concepción dinámica del concepto de función, si no que se tiene la posibilidad de hacer frente a conceptos matemáticos abstractos y profundos de una forma muy visual. Por ejemplo:

1º La “apertura” de una parábola sólo depende del término cuadrático (abierta arriba o abajo, más estrecha o ancha que la icónica), lo único que cambia es dónde se sitúa el vértice de dicha parábola.

2º Las operaciones de funciones, dejan de ser simples operaciones de polinomios para poder entender la forma en la que se combinan los gestos y las formas. Por ejemplo sumar dos gestos rectilíneos genera un gesto rectilíneo, o sumar un gesto horizontal y uno rectilíneo simplemente genera una traslación en el eje vertical.

3º Hablar de límite en el infinito tan sólo se transforma en saber cómo se comporta la función en el infinito. Para ello, se dispone del modo gesto que explicita la situación.

4º Permite iniciar al estudiante a las funciones definidas a trozos polinómicos.

CONCLUSIONES

Esta forma de presentar las funciones es muy sencilla y muy operativa, pues permite al estudiante afianzarse en las formas de las funciones más sencillas que se le presentan en su estudio de la materia. Aunque no es fácil que el estudiante se implique en el juego al principio, pues se generan risas y comentarios, la realidad se impone cuando todos se proponen el reto de comunicar con gestos la función que tratan. En los casos de estudiantes de EESS, la acción grupal favorece la integración de los saberes individuales, se reconoce como un juego de todos con todos y dentro de las matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Kleiner, I. (1989). Evolution of the function concept: A brief survey [Evolución del concepto de función: una breve encuesta]. *The College Mathematics Journal*, 20(4), 282-300.
- Kuzniak, A. (2006), Paradigmes et espaces de travail géométriques. Éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 6(2), 167–188.
- Luzín, N. (1998). En: Ferreiros, J. (2003). Historia del concepto de función. *La Gacete de la RSME*, 6(21): 413-436.
- Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach [Caracterización de las prácticas asociadas con las funciones de los libros de texto de las escuelas intermedias: un enfoque empírico]. *Educational Studies in Mathematic*, 56, 255–286.
- Mesa, Y.M. y Villa, O.J. (2007). *Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática*. Fundación Universitaria Católica del Norte.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2012). Professional Standards' for Teaching Mathematics [Normas profesionales para la enseñanza de las matemáticas]. Reston, VA: The Author.
- National Research Council. (1989). *Everybody counts: A report to the Nation on the Future of Mathematics Education* [Todo el mundo cuenta: Un informe a la nación sobre el futuro de la educación matemática]. Washington, D. C: National Academy Press.